

• Matrikelnr. • Vorname - in Druckschrift

• Familienname - in Druckschrift

W2012 Mathematik (LBT)

Mo 18.2.2013, 9:00-11:00

1) Lösen Sie:  $y'' - 10y' + 21y = 42$ Exponentialansatz  $y = e^{\lambda x}$  für  $y_h$ 

$$y' = \lambda e^{\lambda x}$$

$$y'' = \lambda^2 e^{\lambda x}$$

$$\lambda^2 e^{\lambda x} - 10\lambda e^{\lambda x} + 21e^{\lambda x} = 0$$

$$e^{\lambda x} \cdot (\lambda^2 - 10\lambda + 21) = 0$$

$$= 0$$

$$\lambda^2 - 10\lambda + 21 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - q}$$

$$= \frac{10}{2} \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 21} = 5 \pm \sqrt{4} = 5 \pm 2$$

$$\lambda_1 = 4 \quad \lambda_2 = 3 \Rightarrow C_1 e^{4x} + C_2 e^{3x}$$

Ergebnis (oder Antwort):

$$y(x) = C_1 e^{4x} + C_2 e^{3x} + 2$$

2) Lösen Sie:  $\begin{cases} y' = 6xy \\ y(0) = 11 \end{cases}$ 

$$y' = 6xy$$

$$\frac{dy}{dx} = 6xy$$

$$\frac{dy}{y} = 6x$$

$$\ln|y| = 6 \cdot \frac{x^2}{2} + C = 3x^2 + C \quad | e$$

$$|y| = e^{3x^2 + C} = e^{3x^2} \cdot e^C = e^{3x^2} \cdot C$$

C ist schon vorangegeben,  
ich lasse diesen Schritt  
weg

$$y(0) = 11$$

$$11 = e^{\frac{3 \cdot 0^2}{1}} \cdot C$$

$$\Rightarrow C = 11$$

$$y(x) = 11 \cdot e^{3x^2}$$

$$\text{Probe: } y = 11 \cdot e^{3x^2}$$

$$y' = 11 \cdot e^{3x^2} \cdot 3 \cdot 2x = 66x \cdot e^{3x^2}$$

$$66x \cdot e^{3x^2} = 6x \cdot 11 \cdot e^{3x^2} \quad \checkmark$$

Ergebnis (oder Antwort):

$$y(x) = 11 \cdot e^{3x^2}$$



Verwendeter Taschenrechner:

TI-30X IIS

Ich habe keine unerlaubte Hilfe/Hilfsmittel verwendet

• Modellbezeichnung - (Beispiel: TI 30 XA)

• Familienname - in Druckschrift

3) Berechnen Sie das Taylor-Polynom  $T_2(x, y)$  vom Grad 2 an der Stelle  $(0, 0)$  für  $f(x, y) = e^{6x+2y}$ 

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= e^{6x+2y} \\
 f_x &= e^{6x+2y} \cdot 6 = 6 \cdot e^{6x+2y} \\
 f_{xx} &= 6 \cdot e^{6x+2y} \cdot 6 = 36 \cdot e^{6x+2y} \\
 f_{xy} &= 6 \cdot e^{6x+2y} \cdot 2 = 12 \cdot e^{6x+2y} \\
 f_y &= e^{6x+2y} \cdot 2 = 2 \cdot e^{6x+2y} \\
 f_{yy} &= 2 \cdot e^{6x+2y} \cdot 2 = 4 \cdot e^{6x+2y}
 \end{aligned}$$

NR:

$$\begin{array}{c|c}
 x & y \\
 \hline
 36 & 12 \\
 12 & 4
 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 36x+12y \\ 12x+4y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 36x^2 + 12xy + 12xy + 4y^2 = 36x^2 + 24xy + 4y^2$$

$$T_2(x, y) = f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + \frac{1}{2} \cdot f_{xx}(x_0, y_0) \cdot (x - x_0)^2 + f_{xy}(x_0, y_0) \cdot (x - x_0)(y - y_0) + \frac{1}{2} \cdot f_{yy}(x_0, y_0) \cdot (y - y_0)^2$$

$$T_2(x, y) = 1 + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-0 \\ y-0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 36 & 12 \\ 12 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-0 \\ y-0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1 + 6x + 2y + \frac{1}{2} \cdot (36x^2 + 24xy + 4y^2) \quad \text{Ergebnis (oder Antwort): } T_2(x, y) = 1 + 6x + 2y + \frac{1}{2} \cdot (36x^2 + 24xy + 4y^2)$$

4) Bestimmen Sie das Volumen zwischen der  $x$ - $y$ -Ebene und der Funktion  $f(x, y) = 1 + 6xy$  über dem Gebiet  $G = [0, 1] \times [1, 3]$ .

$$V = \int_0^1 \int_1^3 1 + 6xy \, dy \, dx = \int_0^1 2 + 24x \, dx = 14 \, E^3$$

$$NR: \int_1^3 1 + 6xy \, dy = y + 6x \frac{y^2}{2} \Big|_{y=1}^{y=3} = y + 3xy^2 \Big|_{y=1}^{y=3} = (3 + 27x) - (1 + 3x) = 3 + 27x - 1 - 3x = 2 + 24x$$

$$\int_0^1 2 + 24x \, dx = 2x + 12x^2 \Big|_{x=0}^{x=1} = (2 + 12) - (0 + 0) = 14$$

$$\text{Ergebnis (oder Antwort): } V = 14 \, E^3$$

5) (i) Berechnen Sie:  $(3 + i) \cdot (3 - i) = 9 - 3i + 3i - i^2 = 9 + 1 = 10$ 

$$i^2 = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = -1$$

$$\text{Ergebnis (oder Antwort): } 10$$

(ii) Beschreiben Sie stichwortartig in eigenen Worten, was ist eine Regressionsgerade:

Man hat bei Messungen z.B. eine Reihe von Messungen (Messpaare  $(x, y)$ ) aufgenommen, so kann man mittels Regressionsgerade eine lineare Funktion finden, die die Abhängigkeit der  $x$ - $y$  Werte ausdrückt.

$$y = a \cdot x + b$$