Konfidenzintervall für μ (σ unbekannt, beidseitig)

$$P(\bar{\boldsymbol{x}} - t_{n-1;1-\alpha/2} * \frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{n}} \quad \leq \mu \leq \quad \bar{\boldsymbol{x}} + t_{n-1;1-\alpha/2} * \frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$$\bar{x} \pm t_{n-1;1-\alpha/2} * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 3{,}578 \quad s = 0{,}185 \quad n = 22 \quad \alpha = 0{,}05 \quad t_{21;0{,}975} = 2{,}08$$

$$3{,}578 - 2{,}08 * \frac{0{,}185}{\sqrt{22}} \quad \leq \mu \leq \quad 3{,}578 + 2{,}08 * \frac{0{,}185}{\sqrt{22}}$$

$$3{,}469 \quad \leq \mu \leq \quad 3{,}660$$

Konfidenzintervall für μ (σ unbekannt, nach unten beschränkt)

$$P(\bar{\boldsymbol{x}} - t_{n-1;1-\alpha} * \frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{n}} \quad \leq \mu) \quad = 1 - \alpha$$

$$\bar{x} - t_{n-1;1-\alpha} * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 3{,}578 \quad s = 0{,}185 \quad n = 22 \quad \alpha = 0{,}05 \quad t_{21;0{,}95} = 1{,}721$$

$$3{,}578 - 1{,}721 * \frac{0{,}185}{\sqrt{22}} \quad \leq \mu$$

$$3{,}510 \quad \leq \mu$$

Konfidenzintervall für μ (σ unbekannt, nach oben beschränkt)

$$P(\mu \leq \quad \bar{\boldsymbol{x}} + t_{n-1;1-\alpha} * \frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{n}}) \quad = 1 - \alpha$$

$$\bar{x} + t_{n-1;1-\alpha} * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 3{,}578 \quad s = 0{,}185 \quad n = 22 \quad \alpha = 0{,}05 \quad t_{21;0{,}95} = 1{,}721$$

$$\mu \leq \; 3{,}578 + 1{,}721 * \frac{0{,}185}{\sqrt{22}}$$

$$\mu \leq \; 3{,}646$$

Konfidenzintervall für σ (beidseitig)

$$P\left(\frac{(n-1)*\boldsymbol{s}^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)*\boldsymbol{s}^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}\right) = 1-\alpha$$

$$\left[\frac{(n-1)*s^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)*s^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}\right]$$

$n = 20 \quad s^2 = 8768{,}766 \quad \alpha = 0{,}05$

$\chi^2_{19;0{,}975} = 32{,}852 \qquad \chi^2_{19;0{,}025} = 8{,}907$

$$\frac{19*8768{,}766}{32{,}852} \leq \sigma^2 \leq \frac{19*8768{,}766}{8{,}907}$$

$$5071{,}43 \leq \sigma^2 \leq 18705{,}13$$

$$71{,}21 \leq \sigma \leq 136{,}77$$

Konfidenzintervall für σ (nach oben beschränkt)

$$P\left(\sigma^2 \leq \frac{(n-1)*\boldsymbol{s}^2}{\chi^2_{n-1;\alpha}}\right) = 1-\alpha$$

$$\sigma^2 \leq \frac{(n-1)*s^2}{\chi^2_{n-1;\alpha}}$$

$n = 20 \quad s^2 = 8768{,}766 \quad \alpha = 0{,}05 \quad \chi^2_{19;0{,}05} = 10{,}117$

$$\sigma^2 \leq \frac{19*8768{,}766}{10{,}117}$$

$$\sigma^2 \leq 16467{,}98$$

$$\sigma \leq 128{,}33$$

Konfidenzintervall für σ (nach unten beschränkt)

$$P\left(\frac{(n-1)*\boldsymbol{s}^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha}} \leq \sigma^2\right) = 1-\alpha$$

$$\frac{(n-1)*s^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha}} \leq \sigma^2$$

$n = 20 \quad s^2 = 8768{,}766 \quad \alpha = 0{,}05 \quad \chi^2_{19;0{,}95} = 30{,}144$

$$\frac{19*8768{,}766}{30{,}144} \leq \sigma^2$$

$$5527{,}02 \leq \sigma^2$$

$$174{,}34 \leq \sigma$$

Test der Hypothese $\mu = 4.8$ für $\alpha = 0.01$

Teststatistik: $t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

Für Daten einer normalverteilten Grundgesamtheit und unter Annahme der H_0 ($\mu = 4.8$) folgt die Teststatistik t einer t-Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden.

$$n = 18 \quad \bar{x} = 4.85 \quad s = 0.225 \quad t = \frac{4.85-4.8}{0.225/\sqrt{18}} = 0.943$$

$$c_u = t_{n-1;\alpha/2} \qquad c_o = t_{n-1;1-\alpha/2}$$

Wegen der Symmetrie der t-Verteilung gilt:

$$c_u/c_o = \pm t_{n-1;1-\alpha/2} = \pm t_{17;0.995} = \pm 2.898$$

$$-2.898 < 0.943 < 2.898$$

$$c_u < t < c_o$$

Da t zwischen c_u und c_o liegt wird die H_0 angenommen.

Test der Hypothese $\mu \geq 5.0$ für $\alpha = 0.05$

Teststatistik: $t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

$n = 18 \quad \bar{x} = 4.85 \quad s = 0.225 \qquad t = \frac{4.85-5.0}{0.225/\sqrt{18}} = -2.83$

$c_u = t_{n-1;\alpha} = -t_{n-1;1-\alpha} \quad = -t_{17;0.95} = -1.74$

$$\begin{array}{rcl} -2.83 & < & -1.74 \\ t & < & c_u \end{array}$$

Da $t < c_u$ wird die H_0 abgelehnt

Test der Hypothese $\mu \leq 4.7$ für $\alpha = 0.01$

Teststatistik: $t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

$n = 18 \quad \bar{x} = 4.85 \quad s = 0.225 \qquad t = \frac{4.85-4.7}{0.225/\sqrt{18}} = 2.83$

$c_o = t_{n-1;1-\alpha} \quad = t_{17;0.99} = 2.567$

$$2.83 \; > \; 2.567$$
$$t \; > \; c_o$$

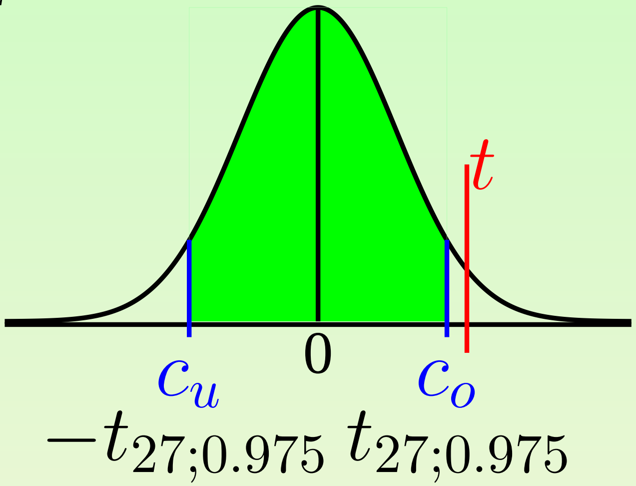
Da $t > c_o$ wird die H_0 abgelehnt

$$\boxed{H_0: \ \mu_{M_1} = \mu_{M2} \quad \alpha = 0.05 \text{ (Annahme: } \sigma_{M_1} = \sigma_{M_2})}$$

$$n_1 = 15 \quad \bar{x}_{M_1} = 1.363 \quad s_{M_1} = 0.112$$
$$n_2 = 14 \quad \bar{x}_{M_2} = 1.277 \quad s_{M_1} = 0.100$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_P * \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \qquad s_P = \sqrt{\frac{(n_1-1)*s_1^2 + (n_2-1)*s_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

$$s_P = \sqrt{\frac{(15-1)*0.112^2 + (14-1)*0.100^2}{15+14-2}} = 0.106$$



$$t = \frac{1.363 - 1.277}{0.106 * \sqrt{\frac{1}{15} + \frac{1}{14}}} = 2.175$$

$$c_u / c_o = \pm t_{n_1+n_2-2;1-\alpha/2} = \pm t_{27;0.975} = 2.052$$

Da die Teststatistik $t > t_{27;0.975}$ wird die H_0 abgelehnt.

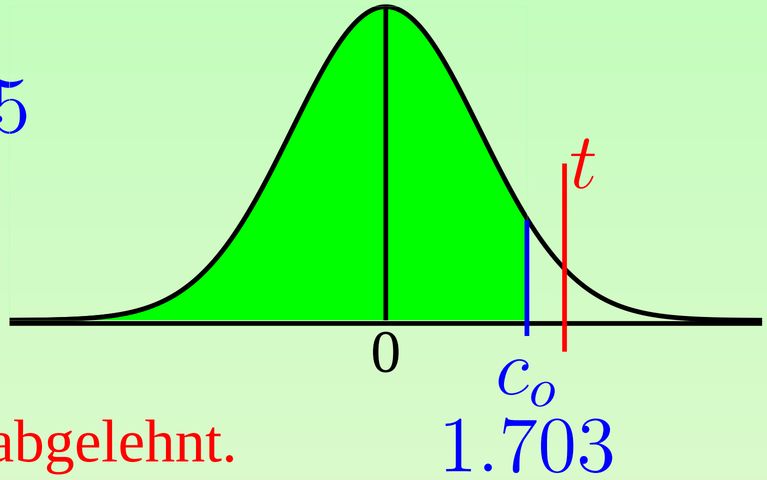
$$H_0: \ \mu_{M_1} \leq \mu_{M2} \quad \alpha = 0.05 \ (\sigma_{M_1} = \sigma_{M_2})$$

$n_1 = 15$	$\bar{x}_{M_1} = 1.363$
$n_2 = 14$	$\bar{x}_{M_2} = 1.277$

$$s_p = 0.106$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_P * \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{1.363 - 1.277}{0.106 * \sqrt{\frac{1}{15} + \frac{1}{14}}} = 2.175$$

$$c_o = t_{n_1+n_2-2;1-\alpha} = t_{27;0.95} = 1.703$$



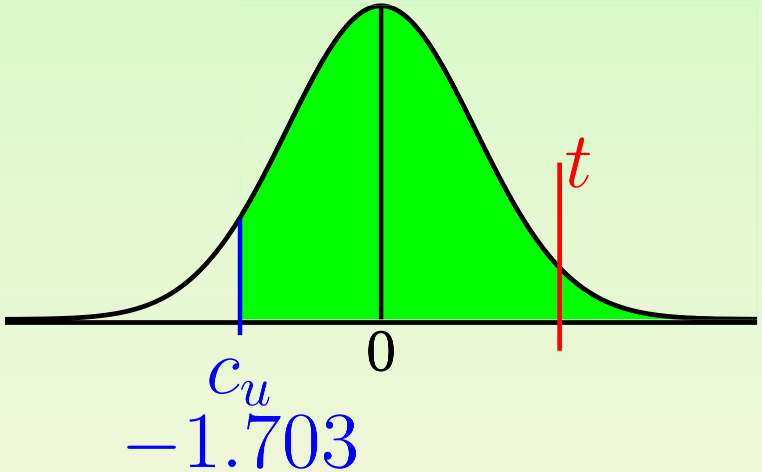
Da die Teststatistik $t > c_o = t_{27;0.95}$ wird die H_0 abgelehnt.

$$H_0: \ \mu_{M_1} \geq \mu_{M2} \quad \alpha = 0.05 \ (\sigma_{M_1} = \sigma_{M_2})$$

$$t = 2.175$$

$$c_u = t_{n_1+n_2-2;\alpha} = -t_{n_1+n_2-2;1-\alpha}$$

$$c_u = -t_{27;0.95} = -1.703$$

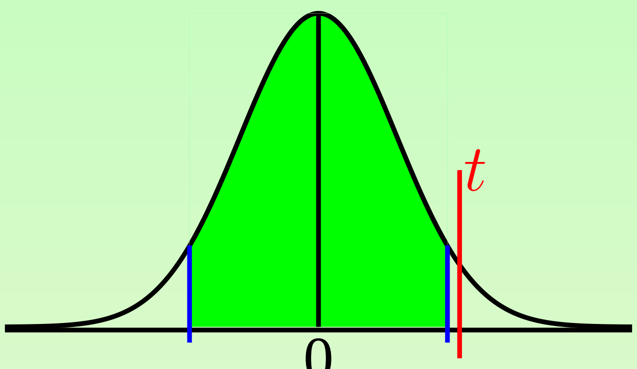


Da die Teststatistik $t > c_u = -t_{27;0.95}$ wird die H_0 angenommen.

$$\boxed{H_0 : \ \mu_{M_1} = \mu_{M2} \quad \alpha = 0.05 \, (\sigma_{M_1} \neq \sigma_{M_2})}$$

$n_1 = 15$	$n_2 = 14$
$\bar{x}_{M_1} = 1.363$	$\bar{x}_{M_2} = 1.277$
$s_{M_1} = 0.112$	$s_{M_2} = 0.100$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{1.363 - 1.277}{\sqrt{\underbrace{\frac{0.112^2}{15}}_{0.00084} + \underbrace{\frac{0.100^2}{14}}_{0.00071}}} = 2.18$$



$$f = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2/(n_1 - 1) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2/(n_2 - 1)}$$

$$= \frac{(0.00084 + 0.00071)^2}{0.00084^2/14 + 0.00071^2/13} = 26.9 \Rightarrow \tilde{f} = 26$$

$$c_u/c_o = \pm t_{\tilde{f};1-\alpha/2} = \pm t_{26;0.975} = 2.056$$

Da die Teststatistik $t > t_{26;0.975}$ wird die H_0 abgelehnt.