

Mathematik-Prüfung vom 27.4.2016

(Single-Choice, 4-8 Lösungen waren gegeben, eine davon richtig)

1.) Lösen Sie die Gleichung $x^2 - 2x - 24 = 0$

$$(p-q\text{-Formel: } x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q})$$

(Lsg.: $x_1 = -4, x_2 = 6$)

2.) Schreiben Sie $-9 \leq x \leq 7$ in Intervallschreibweise

Antwortmöglichkeiten:

a) $(-9;7)$

c) $[-9;7)$

e) $\{-9;7\}$

g) $(-9;7\}$

b) $(-9;7]$

d) $[-9;7]$

f) $\{-9;7\}$

(Lsg.: Antwort d)

3.) Lösen Sie die Ungleichung: $\frac{72}{x+4} > 9$

Lösungsweg:

1.Fall:

$$x+4 > 0$$

\cap

$$72 > 9(x+4)$$

$$x > -4$$

$$72 > 9x + 36$$

$$36 > 9x$$

$$4 > x$$

$$L_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 4\}$$

2.Fall:

$$x+4 < 0$$

\cap

$$72 < 9(x+4)$$

$$x < -4$$

$$4 < x$$

$$L_2 = \{ \}$$

$$L = L_1 \cup L_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 4\}$$

4.) Vereinfachen Sie $\left(\frac{x^3 y^3 10^2}{u^2 v^2 10^2}\right)^{-2} \left(\frac{u^3 v^3 10^2}{x^3 y^3 10^5}\right)^4$

$$(Lsg.: \frac{u^{16} v^{16}}{x^{18} y^{10}} 10^{-12})$$

5.) Wie lautet der Grenzwert der Folge $\frac{4n^4 + 28n^2 + 49}{9n^4 + 24n^2 + 16}$ für $x \rightarrow \infty$

$$\text{Lösungsweg: } \frac{\frac{4n^4}{n^4} + \frac{28n^2}{n^4} + \frac{49}{n^4}}{\frac{9n^4}{n^4} + \frac{24n^2}{n^4} + \frac{16}{n^4}} = \frac{4 + \frac{28}{n^2} + \frac{49}{n^4}}{9 + \frac{24}{n^2} + \frac{16}{n^4}} = \frac{9}{4}$$

6.) Vereinfachen Sie $\ln\left(\left(\frac{1}{e^5}\right)^4 \cdot (e^3)^k\right)$, sodass kein e und kein ln mehr vorkommt

$$(Lsg.: (-20+3k)\ln e = 3k - 20)$$

7.) $f(x) = 4x^2 + 3x + 4$

$g(x) = 2x + 4$

Bestimmen Sie $f \circ g$

(Lsg.: $4(2x+4)^2 + 3(2x+4) + 4 = 16x^2 + 70x + 80$)

8.) Berechnen Sie $\overline{7} \cdot (\overline{4} + \overline{2}) \bmod 9$

(Lsg.: $\overline{6}$)

9.) Berechnen Sie das **Vektorprodukt** $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(Lsg.: $-4-6+0 = -10$)

10.) Berechnen Sie $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

(Lsg.: $\begin{pmatrix} 3 \cdot (-1) + 2 \\ 4 \cdot (-1) + 0 \\ -1 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$)

11.) Berechnen Sie die **kritischen Punkte der Funktion $f(x,y)$** . (Hinweis: der Gradient der Funktion ist $\begin{pmatrix} 2x + y - 8 \\ x + 4y - 18 \end{pmatrix}$)

(Lsg.: $x=2, y=4$)

12.) Bestimmen Sie das Volumen zwischen der x,y -Ebene und $f(x,y) = 6x + 12y^2$ über dem Bereich $B = [1,2] \times [1,2]$

(Lsg.: 37)

13.) Berechnen Sie $y' = (8x + 4) \cdot e^{-y}$

Lösungsweg:

$$\frac{dy}{dx} = (8x + 4) \cdot e^{-y}$$

$$\int e^y dy = \int (8x + 4) dx$$

$$e^x = \frac{8x^2}{2} + 4x + c$$

$$\ln e^x = \ln(4x^2 + 4x + c)$$

$$x = \ln(4x^2 + 4x + c)$$

14.) Berechnen Sie den **Quotienten** $\frac{-3+28i}{2+3i}$ in **komplexen Zahlen** zu einem Ergebnis der Form $a + bi$

(Lsg.: $\frac{-3+28i}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = 6+5i$)